A+B Problem 题解

签到题，答案是 $(a+b+1024+2048)\%2048-1024$

Binary Number 题解

把交换操作看作把 1 右移一位

当最右边为 1 时，减 1 就是把最右边的 1 “移掉”

把从右往左数的第 i 位的下标记为 i，记 $S(x)$ 为 x 的所有 1 的下标之和，例如 $S(1101) = 1 + 3 + 4 = 8$

每次操作最多使 $S(x)$ 减少 1

$S(x)$ 也是使 x 变为 0 的最少步数

如果可以给 y 的每个 1，都分配 x 的一个 1 来右移得到，那么答案就是 $S(x) - S(y)$，例如 $x = 10100$，$y = 1000$，答案是 4

但如果不行，例如 $x = 100001$，$y = 11111$，那怎么办呢

如果对于某个 k，x 的下标大于等于 k 的 1 的个数，小于 y 的下标大于等于 k 的 1 的个数，例如 $x = 1001$，$y = 101$，$k = 2$，那我们就需要用减一操作来产生 1

减一就是把 lowbit 上的 1 去掉，变成其右边一堆连续的 1

不难发现，用来产生 1 的减一操作最多只会操作一次，而且操作时 lowbit 应尽量靠右

设减一操作时 lowbit 所在的下标为 p，那么这次操作会使 $S(x)$ 增加 $\frac{p\times(p-1)}{2} - p$

那么答案就是 $S(x) - S(y) + \frac{p\times(p-1)}{2} - p + 1$

Calculate 题解

学过数论的都知道 $\left\lfloor \frac{N}{i} \right\rfloor$ 只有 $O\left(\sqrt{N}\right)$ 种取值

然后就可以做了

Car 题解

不难发现，每个瞬间的加速度都是 $+A$ 或 $-A$

用一个 map 维护一下关键的测速点就行了

CCPC Strings 题解

一看就是矩阵快速幂

也可以容斥：用可重叠的 ccpc 的个数，减去可重叠的 ccpccpc 的个数，再加回可重叠的 ccpccpccpc 的个数，⋯⋯，以此类推

容斥写出来的式子可以用错位相减法化简

对于矩阵快速幂，出题人想的是，N 只开到 10^9，设矩阵为 A，$M = \left\lceil \sqrt{N} \right\rceil$，那我预处理 $A^1, A^2, A^3, \cdots, A^M$，以及 $A^M, A^{2M}, A^{3M}, \cdots, A^{M^2}$

然后对于每组数据，答案都可以由两个矩阵相乘得到，但在这里因为我们只需要得到相乘后的矩阵的其中一个值，设矩阵行数列数都为 $n = 5$，那预处理后每组数据的时间复杂度只需要 $O(n)$

然后出题人就想弄个 500000 组数据，把对于每组数据都快速幂的卡掉

但是验题人反对用这种小技巧来卡选手，出题人也觉得很有道理，这种层次的比赛，还是让大家都开心比较好，所以就只弄了 100000 组数据

但是，让出题人和验题人都没有想到的是：

评测机实在是太慢了

评测机实在是太慢了

评测机实在是太慢了

评测机取模实在是太慢了

评测机取模实在是太慢了

评测机取模实在是太慢了

然后我们就给了 10s 的时限，根号预处理大法只用 1.3s，非常快

如果是对每组数据都重新快速幂一遍，如果在矩阵乘法的时候每一步都模，可能会被卡掉，如果是全部加起来再模，就只用 6s

如果没想到是取模太慢了，那先预处理 $A^2, A^4, A^8, \cdots$，可以减少一半的矩阵乘法，只用 7s，也能过

在预处理 2 的幂的基础上再优化一下，其实每次只用 5 个值（5 是矩阵的行数和列数），这样每次“乘法”就从 5^3 优化到 5^2，评测机上只用 1.4s

虽然评测机很慢，但我们还是能不卡常就不卡常，给大家更好的比赛体验

Control in a Matrix 题解

用正反两遍 for 来解决第一个绝对值，然后展开第二个绝对值，就会发现弄个二维树状数组就行了

Game 题解

如果只有 -9 操作，那么可以把这些数按模 9 的余数分组，总的步数是确定的，无论怎么玩结果都是一样的

$-99, -999, -999\cdots$ 都相当于减了奇数次 9，总步数的奇偶性还是确定的，无论怎么玩结果还是一样的

Huge Directed Graph 题解

边长只跟 $\left\lfloor\sqrt{\frac{y}{x}}\right\rfloor$ 有关

当 $x < y \leq 500x$ 才有边，所以只有 $\left\lfloor\sqrt{500}\right\rfloor = 22$ 种边长

存在一个最优解，除最后一步以外的前面的每一步，都是跳完全平方数倍，也就是 $x \to 4x, 9x, \cdots, 22^2x$

答案只跟 $\left\lfloor\sqrt{\frac{y}{x}}\right\rfloor$ 有关，所以只用考虑 $x = 1$ 的情况

从 1 出发，只能跳完全平方数倍，在 10^{18} 以内，能跳到的点只有八万多个

把这些数预处理出来，然后 DP 一遍，接着每读入一组数据，就取 upper_bound 的前一个就行了

Sequence 题解
用线段树优化 DP

Stacks 题解

双链表（可以用数组模拟链表）模拟一下就行了

Substring 题解

跟 A 一样是签到题，for 一下右端点，然后左端点跟着移动就行了

Swap 题解

如果枚举最后哪个数放在手上，也就是知道了最后的序列，那么怎么求最少步数呢

把每个数看作一个点，相同的数看作同一个点，如果某个位置，开始时是 x，最终是 y，那么就从 y 向 x 连一条边

手上的数是多少，就表示当前在哪个点。沿着某条边从 y 走向 x，就是表示当手上的数是 y 时，和这条边对应的位置上的 x 换一下，手上的数就变成了 x，这条边也被消掉了

如果一开始手上的数和最后手上的数相同，那么每个点都是入度等于出度，也就是每个连通块都有欧拉回路

如果一开始手上的数和最后手上的数不同，那么开始的点的出度会多 1，结束的点入度会多 1

如果有多个连通块，要走到另一个连通块里，需要多付出一步的代价

所以答案就是 (边数 $+$ 连通块数量-1)，对于单独的一个点，如果这个点不是开始时手上的数，那就不算连通块，不然就算

然后我们要枚举枚举最后哪个数放在手上，也就是枚举最后的序列

问题转化为一个图，可以加边删边求连通块，时间分治 $+$ 并查集即可

谢谢大家